

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

26. lipnja 2015.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li  $F(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{2}{1 + \sin 2x}$ ?  
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_{-3}^0 (x+2)^3 dx$ . (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = \sqrt[3]{y^2 - x^3}$  oko  $(x_0, y_0) = (-2, 0)$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = -0.02$  i  $\Delta y = 0.01$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljom  $y = \ln(x + 1)$  te pravcima  $y = -x$  i  $x = 3$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) \sqrt[3]{x + y'} = y \quad (b) \sin x + \cos y = y'$$

$$(c) x + x^3 y' = 2 \quad (d) y + \tan x \cdot y' = 0.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

26. lipnja 2015.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Riješite integral  $\int \frac{(x+1)(x^2-3)}{3x^2} dx$ . (5 bodova)

(ii) Dvostruki integral

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} d\phi \int_0^{\frac{1}{\sin \phi}} r^2 \cos \phi dr$$

zapišite u Kartezijevim koordinatama. (Ne trebate računati taj integral.) (5 bodova)



2. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_{-2}^2 |x^3 - 1| dx.$$

(5 bodova)

(ii) Izračunajte integral zadan pod (i). (5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \ln(\ln y^2 - \ln x).$$

(i) Skicirajte domenu funkcije  $f$ . (4 boda)

(ii) Izračunajte  $f_{xy}(1, e)$ . (6 bodova)

4. (i) Skicirajte familiju integralnih krivulja  $y(x) = Cx^2 + 5$ . (Nacrtajte barem 5 integralnih krivulja.) (3 boda)

- (ii) Odredite diferencijalnu jednađbu čije je rješenje određeno familijom integralnih krivulja pod (i). (3 boda)

- (iii) Riješite diferencijalnu jednađbu

$$\frac{\cos y}{\sin x} y' = 1.$$

(4 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y = e^{2x}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početne uvjete  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 3$ . (3 boda)